寄稿

シリーズ「金融と不動産の融合」第27回

証券化の経済的な意義(12)：恐慌リスクを反映した優先債権

吉田　二郎
ペンシルベニア州立大学助教授

はじめに

2010年10月号にて、Glaeser and Kallal（1997）の研究を紹介した。銀行が住宅ローンなどの資産を買い取って証券化する場合、資産の品質について細かな情報を把握していない方がむしろ流動性（証券需要）にプラスとなり、証券販売価格を高める場合がある、という意外な結果が示されている。銀行が資産の品質について情報を持っていると、割高に売却しようとする誘因が生まれるため、投資家は損を被る可能性が高くなる。銀行も元々情報を持っていなければ、割高に証券を購入する可能性が減るため、投資家は安心して値引きせずに投資することができるというわけである。

今回紹介するのは、Coval, Jurek and Stafford（2009）の研究である。この研究は、証券格付において提供されるデフォルト確率の持つ意味を再考するものである。そして、多数の資産のプールを裏付けとしたAAA証券と、個々の企業のAAA社債が、仮に全く同じデフォルト確率と損失率を持っていたとしても、証券の利回りは全く異なるものになることを示している。

多数の資産をプールして分散効果を利かせた場合、プールのデフォルト率が個別事情でばらつく度合いは小さくなる。大きな資産プールの価値は、経済全体の構造的な要因によって決まるようになり、そういったプールを裏付けにした証券トランシェは、より経済全体の状況に直接反応する派生証券となる。特に、大きな資産プールを裏付けにしたAAA証券がデフォルトするのは、経済全体が極めて悪い場合に限られる。他方、小さなプールや個別企業のAAA債券は、同じ期待損失額であったとしても、より個別要因で様々な状態においてデフォルトがおこり得る。つまり、多数の資産の分散効果によってプールのデフォルト確率が安定し、そのため証券化したトランシェがどのような状態でデフォルトするかがより明確になるのである。

そして研究は、大きな資産プールを裏付けにしたAAA証券の方が、小さな資産プールを裏付けにしたAAA証券よりも価格が低くなるはずだ、ということを示している。資産プールの分散を利かせることによって、個別リスクが消え構造的リスクだけが残るため、最優先の債券は「壊滅的経済」をより正確に反映した債券となるのである。

実証部分では、大きな資産プールについてモデルに基づいて計算した価格は、実際の証券価格よりも低いことが示されている。つまり、大きな資産プールのAAA証券は壊滅的経済のリスクを集約しているのでもっと低い価格であるはずだが、実際には小さなプールのAAA証券のように高い価格で取引されているということである。Coval, Jurek and Stafford（2009）は、投資家が格付情報に引きずられ、正しい値付けをしていないからだと解釈している。

格付と信用スプレッド

証券の格付は、期待損失率に基づいて設定される。期待損失率が比較的低い債券には投資適格の格付が、更に低い債券には特に高格付（AAAなどの格付）が付与される。期待損失率は、デフォルト確率とデフォルトした場合の損失率に分解される。従って、デフォルト確率が低い、またはデフォルト時損失率が低い債券に高い格付が付与される。

一部の機関投資家は特に高格付の債券に高いウェイトを置いた運用を行う。例えば、AAAの格付の債券に投資を限定している投資家がいるとすると、その投資家はAAAの債券の中から資産を選択する。格付は期待損失率にもとづいておこなわれるため、その投資家が投資する資産の期待損失率はほぼ同水準に収れんする。

さて、債券のスプレッドを格付毎にまとめ、クレジット・スプレッド（信用スプレッド）が議論されることが良くある。一般にクレジット・スプレッドはデフォルトリスクに対するリスク・プレミアムであると単純に考えられることが多いが、それは正確ではない。そもそも、デフォルトする債券のスプレッドは流動性やその他の要因にも影響されるが、仮にデフォルト以外の要因が全くなかったとしてもスプレッドとリスク・プレミアムは同一のものではない。スプレッドは債券の値引きによって生じるが、値引きには二種類の原因がある。デフォルトで発生する損失の期待額分だけ値引きされる部分と、デフォルトの発生や損失の金額が不確実であること自体で値引きされる部分である。後者の値引きによって生じるスプレッドこそがリスク・プレミアムである。そして、格付によって提供される情報は、前者のデフォルトで発生する損失の期待額である。

証券価格のモデル

1年後に満期となり、満期前には何のキャッシュフローも発生しない額面が1の証券の価格を考える。まずは、最も一般になじみのあるCAPMに基づいて価格を検討しよう。1年後に損失L（Lは正で額面以下の確率変数）を支払う証券の価格Pは、

$$(1)\quad P=\frac{1-E[L]}{R^f+\beta\left(E\left[R^m\right]-R^f\right)}$$

で表される。ただし、R^fは1＋安全利子率、R^mは1＋市場収益率、βは市場ベータと呼ばれ$\beta=\rho\sigma/\sigma_{mkt}$である。$\rho$は$(1-L)/P$と$R^m$の相関係数、$\sigma$は$(1-L)/P$の標準偏差、$\sigma_{mkt}$は市場収益率の標準偏差である。$1-L$と$R^m$の相関が正で大きい場合（すなわち損失額と$R^m$の相関が負で大きい場合）、および損失額の標準偏差が大きい場合に、割引率が高くなり証券価格は低いものとなる。

ここで重要なのは、証券の価格は期待損失$E[L]$だけで決まるのではなく、損失とR^mの相関や損失の標準偏差によって決まるということである。ただし、CAPMは最も広く知られた資産価格モデルであるものの、制約が多く実証的な説明力も高くないことが知られている。

つぎに、証券の値付けをCAPMより一般的な枠組みで整理しよう。T年後が満期で、満期前には何のキャッシュフローも発生しないような額面が1の証券を考える。T年後の状態に応じて、投資家が受け取る金額が決まる。T年後には$s=\{s_1, \ldots, s_N\}$で表されるN個の状態があるとして、状態が$s\in\boldsymbol{D}$という集合にある場合はデフォルト損失$L(s)$が発生する。状態sとなる確率を$p(s)$と表す。デフォルトの場合、投資家が受け取る金額は$1-L(s)$である。

市場に裁定機会がない場合には、資産の現在価格（P）はアロー＝ドゥブリュー価格（$q(s)$）と呼ばれる概念を用いて

$$(2)\quad P=\sum_{s=s_1}^{s_N} q(s)\left(1-\mathbf{1}_{|s\in D|}L(s)\right)$$

と表される。ただし、$\mathbf{1}_{|s\in D|}$は$s\in\boldsymbol{D}$のときに1、それ以外では0となる指示関数である。アロー＝ドゥブリュー価格は状態価格とも呼ばれ、その状態でのみ1単位の支払いがなされるような証券の現在価格である。支払いが確実な割引債のT期間の収益率をR_T^fとすると

$$\sum_{s=s_1}^{s_N} q(s) = \frac{1}{R_T^f}$$

と表されるので、それを用いて

$$(3)\quad P = \frac{1}{R_T^f} - \sum_{s \in D} q(s) L(s)$$

となる。安全な債券の価格から、期待損失の現在価値を差し引いたものが、このリスキーな債券の価格である。

ここで、期待損失と期待損失の現在価値との差を明確にするために、更に確率的割引係数（SDF）[1]という概念を用いて、期待値の形で現在価値を書き表そう。SDF は $m(s) = q(s) / p(s)$ と定義される。すると(3)式は、

$$\begin{aligned}(4)\quad P &= \frac{1}{R_T^f} - E[m(s)\, \mathbf{1}_{|s \in D|} L(s)] \\ &= \frac{1}{R_T^f} - \left\{ \begin{array}{l} E[m(s)] E[\mathbf{1}_{|s \in D|} L(s)] \\ + Cov[m(s),\ \mathbf{1}_{|s \in D|} L(s)] \end{array} \right\} \\ &= \frac{1}{R_T^f} - \frac{E[\mathbf{1}_{|s \in D|} L(s)]}{R_T^f} \\ &\quad - Cov[m(s),\ \mathbf{1}_{|s \in D|} L(s)]\end{aligned}$$

と表される。つまり、期待損失額を安全利子率で割り引いた価値を、安全債券の価格から差し引いたうえで、更に SDF とデフォルト損失の共分散を差し引いた金額が債券の価格となる。

重要なのは最後の共分散の項である。SDF, $(m(s))$ は、経済全体の資産価格が低く消費水準が低い状態、つまり不況や恐慌において高い。逆に資産価格が高く消費が活発な状態、つまり好況においては低いという特性を持つ[2]。共分散は、1．SDF と損失額（$\mathbf{1}_{|s \in D|} L(s)$）との相関係数 ρ_{mL}、2．SDF の標準偏差 σ_m、および3．損失額の標準偏差 σ_L の積であるので、

$$(5)\quad P = \frac{1}{R_T^f} - \frac{E[\mathbf{1}_{|s \in D|} L(s)]}{R_T^f} - \rho_{mL} \sigma_m \sigma_L$$

と表される。最後の項によって差し引かれる金額は、損失と SDF の相関係数が高く、損失の標準偏差が大きい場合に大きくなる。相関係数の項が意味するのは、不況期にデフォルトが生じやすく、また不況期に損失が大きい傾向のある証券については値引きが大きいことである。また標準偏差の項が意味するのは、投資家が得るキャッシュフローが状態によって明確に違う場合に値引きが大きくなることである。これらの値引きは、証券の期待損失額に加えて追加的に生じるものである。

SDF による証券価格の(3)式と CAPM による証券価格の(1)式とを比較すると、SDF と損失との共分散による値引きは、CAPM におけるリスク・プレミアムによる値引きに対応していることが分かる。実のところ、CAPM は SDF と市場収益率が完全に逆相関している特殊ケースなのである。従って、一般に SDF と損失の相関が正の場合には値引きになるのに対し、CAPM では市場収益率と損失の相関が負であるときに値引きになるのである[3]。

期待損失額が同じでデフォルト特性の異なる証券の価格

つぎにで、期待デフォルト損失が全く同じ二種類の債券を考えよう。期待デフォルト損失額が同じなので、債券格付は同じである。債券Aは、経済状態が最悪の状態でのみデフォルトが起き、デフォルト

[1] 確率的割引係数は、英語で Stochastic Discount Factor（SDF）と呼ばれ、プライシング・カーネルとも呼ばれることもある。

[2] ある状態の SDF は、その状態における消費の限界効用と現在の限界効用との比率である。消費が抑えられている不況時には追加的な消費によって得られる喜び（限界効用）が大きいため、SDF も高くなる。

[3] CAPM では、投資家の収入は市場ポートフォリオからの収益だけであると仮定しているので、市場収益率が低い状態は消費が抑えられている状態で限界効用が高い状態となる。

状態	SDF	支払額（c） 債券A	債券B	債券C
S1	0.4	1.000	1.000	1.000
S2	0.7	1.000	1.000	0.900
S3	1	1.000	1.000	0.800
S4	1.3	1.000	0.667	0.700
S5	1.6	0.000	0.333	0.600
期待損失		0.200	0.200	0.200
mean（c）		0.800	0.800	0.800
cov（m, Loss）		0.120	0.100	0.060
corr（m, Loss）		0.707	0.884	1.000
stdev（Loss）		0.400	0.267	0.141

した際には損失率は100％となる。債券Ｂは、債券Ａに比べるとより広範な状態で（経済状態が若干悪い程度でも）デフォルトが起きうるが、デフォルトが起きた時の損失率は債券Ａに比べて低くまた状態によってばらつきがある。

この場合、債券Ａと債券Ｂの価格はどういう関係にあるだろうか。期待損失額が同じで格付が同じなので同一な価格となるだろうか。前節の(5)式の議論を踏まえると、SDF と損失の相関と、損失の標準偏差が価格に影響する。

SDF との相関では、債券Ａが高いか債券Ｂが高いかは定かではない。経済状態が悪い時（SDF が高い時）に損失が発生するので、どちらの債券でも損失との相関係数はプラスである。もし債券Ｂの損失が経済状況の悪化に従い徐々に拡大する特性をもっていれば、債券Ｂの相関係数の方が高く大きな値引き要因になる。

他方、損失の標準偏差については、債券Ａの方が大きい。債券Ａは、満額償還される状態と、全額損失となる状態は明確に分かれているため、損失の標準偏差が大きいのである。平均的な期待損失額は同じながら、より広範にデフォルトが生じる債券Ｂでは、債券Ａがデフォルトするような最悪な状態での損失額は小さく、他方債券Ａがデフォルトしないような状態でも若干の損失が発生しうる。債券Ｂでは損失の発生がより平準化されているので、標準偏差は小さくなる。

債券価格の値引きは結局共分散によって決まり、共分散は相関係数と標準偏差の積が左右する。債券Ａは、相関係数は小さいものの標準偏差が大きいので、共分散は大きく値引きが大きくなる。実のところ、債券Ａの値引きの方が常に大きくなることを正式に証明することができる。債券Ｂのキャッシュフローからスタートして、SDF が大きい状態の支払いを減らし、逆に SDF が小さい状態の支払いを同額増やすことになるので、支払いを減らした分のマイナスの価格効果の方が大きく、価格は低くなるのである。

もう少し具体的に理解するために、上の表の５つの状態を考えよう。状態 $s = \{s_1, \ldots, s_5\}$ は、経済状況の良い順に並んでおり、したがって s_1 における SDF は低く、s_5 における SDF は高い。三種類の債券は、期待損失は同じであるが、支払の特性が違っている。債券Ａは経済状態が最悪の s_5 でのみデフォルトし、全額が損失となる。債券Ｂは s_5 で2/3の損失、s_4 で1/3の損失を出す。債券Ｃは s_2 から s_5 に亘りより小さな損失を出す。SDF と損失の相関係数は corr（m, Loss）で、債券Ａが0.71、債券Ｂが0.88、債券Ｃが1.00である。しかし、損失の標準偏差は、債券Ａが0.40、債券Ｂが0.27、債券Ｃが0.14である。結果として、共分散は、債券Ａが0.12、債券Ｂが0.10、債券Ｃが0.06となる。従って、債券Ａの値引

きが最も大きくなる。

債券Aに該当するのが、大きな資産プールに基づく証券である。債券Cはより個別リスクが残る小さなプールに基づく証券である。どちらの期待損失も同じなので、格付の定義からするとどちらも同じ格付を得るが、証券価格は証券Aが低く証券Cが高くなる。

参考文献

Coval, Joshua D., Jakub W. Jurek, and Erik Stafford. 2009. "Economic Catastrophe Bonds." American Economic Review, 99(3): 628–66.

Glaeser, Edward L. & Kallal, Hedi D., 1997, "Thin Markets, Asymmetric Information, and Mortgage-Backed Securities," Journal of Financial Intermediation, Elsevier, vol. 6(1), pages 64-86, January.